

# **INFLUÊNCIA DA GEOMETRIA DA SEÇÃO TRANSVERSAL DO PILAR NAS PROPRIEDADES DE DESEMPENHO DE UMA VIGA EM ESTRUTURAS DE CONCRETO ARMADO**

Luiz Carlos Trento Junior<sup>1</sup>; Wagner Badke Ferreira<sup>2</sup>

Acadêmico de Engenharia Civil na Faculdade Brasileira – Multivix Vitória.  
Mestre em Engenharia Civil, docente.

## **RESUMO**

Pesquisas indicam o quanto o índice de retangularidade de pilares influenciam nas condições de resistência e desempenho de lajes e blocos de coroamento de estacas. Busca-se com este estudo analisar o desempenho de vigas de concreto armado em pilares com diferentes seções transversais para estabelecer uma relação entre estes fatores e otimizar o dimensionamento de vigas quando não for possível alterar as suas dimensões. O procedimento consistiu em modelar pórticos em um sistema de análise estrutural, variando em cada pórtico um determinado valor na direção x e na direção y dos pilares. Obteve-se com o estudo as diferenças nos valores das flechas, dos momentos e dos coeficientes de engastamentos entre as vigas e os pilares. Os resultados indicam um melhor desempenho quando se altera a dimensão perpendicular ao comprimento da viga e que há um ponto em que o ganho de desempenho tende a não ser mais vantajoso.

Palavras-chave: Ligação viga-pilar, geometria do pilar, concreto armado, viga, seção transversal.

## **INTRODUÇÃO**

O processo utilizado para avaliar o comportamento das estruturas como conhecemos atualmente derivou de conhecimentos de várias áreas ao longo da história da humanidade. Os materiais empregados na construção e suas tecnologias, o conhecimento acerca do comportamento estrutural pelo projetista e a habilidade dos trabalhadores para executar o projeto foram e são até hoje os objetos principais deste processo.

No que diz respeito aos materiais e as suas tecnologias, o concreto armado pode ser dito como um material de uso recente se for comparado com o tempo em que o homem

realiza suas construções. Há evidências que as primeiras construções do homem onde o tijolo foi utilizado como material construtivo tenha sido na Mesopotâmia, porém foi próximo ao rio Nilo que foram encontrados tijolos de barro modelados manualmente por volta de 14.000 a.C. A utilização da pedra surgiu mais tarde no antigo Egito, onde foram construídos históricos templos e pirâmides. No caso das pirâmides, a pedra ainda trabalhava apenas em compressão, porém nos templos já se desenvolvia o sistema de coluna e vergas (viga de rocha maciça).

Apenas após a produção do ferro fundido em quantidades comerciais que se concretizou uma mudança na forma em que as obras eram construídas, já que possibilitou o desenho de elementos delgados e fortes. A utilização do concreto armado tem início por volta de 1849 na França, quando Lambot construiu um barco em cimento armado. (Bastos, 2006).

Os cálculos até então eram baseados no princípio da mecânica, isto é, não havia conhecimento absoluto acerca das forças internas em cada seção das estruturas e o projeto permanecia no método semiempírico. Apenas em 1920 o engenheiro estrutural estadunidense Hardy Cross introduziu o método da distribuição dos momentos, fornecendo uma ainda simples técnica para análise de estruturas indeterminadas (Leet, 2009). A evolução da ciência dos materiais e a computação impulsionaram o método de Hardy e desde então a evolução vem proporcionando cada vez mais facilidades nos métodos de análise estrutural e possibilita que estruturas de grande porte sejam analisadas com uma agilidade e eficiência cada vez maior.

Porém, ainda que a computação nos ajude a resolver a maior parte dos problemas estruturais, o desenvolvimento do modelo de análise estrutural é o alicerce para que seja possível construir estruturas cada vez mais seguras. No início da década de 60 as primeiras normas de cálculo em estados limites foram aprovadas nos Estados Unidos, onde iniciava o processo de adoção de cálculos através dos métodos probabilísticos.

Hoje em dia, a análise estrutural através dos estados limites é amplamente utilizada e a adoção de teorias (como a teoria da plasticidade, dos elementos finitos, da análise dinâmica e da elasticidade) nos trazem uma enorme segurança para projetar as estruturas, porém ainda não se pode prever perfeitamente o comportamento estrutural. Há alguns pontos nas teorias que ainda não representam o verdadeiro

comportamento das estruturas reais, onde podem ocorrer comportamentos estruturais que não foram previamente considerados.

O estudo acerca dos comportamentos estruturais é uma ferramenta que atualmente nos leva a otimizar os cálculos e garantir maior segurança no dimensionamento das estruturas. São estes estudos que alteram as normas de construção, possibilitando que se considere cada vez mais critérios que favoreçam a segurança e melhorem o desempenho das estruturas.

Algumas pesquisas investigam a interação entre dois elementos estruturais e os efeitos causados pela variação da seção transversal de um deles. Os estudos realizados por Delalibera e Giongo (2009), Paiva et al (2015), Puel e Loriggio (2016), Ferreira e Oliveira (2007) e HAACH, V. G. (2005), todos relacionados ao efeito da geometria da seção transversal dos pilares sobre outros elementos, são unânimes em afirmar que esta geometria afeta determinadas propriedades de resistência dos outros elementos.

Neste sentido, este estudo irá analisar as propriedades de desempenho de pórticos com vigas conectadas a pilares de diferentes dimensões para encontrar a relação entre estes dois fatores, estabelecendo esta relação através de modelagem de 9 pórticos no software de cálculo estrutural SAP2000.

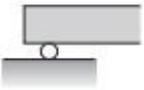
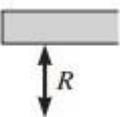
## DESEMPENHO DA VIGA EM DIFERENTES PILARES

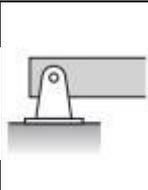
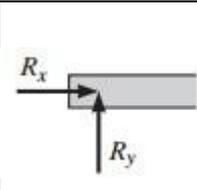
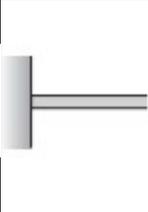
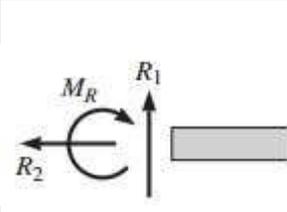
### Condições de apoio

Tratando-se de engastamento das estruturas, a consideração da mecânica dos sólidos a respeito do tipo de ligação entre elementos estruturais não pode ser esquecida.

A tabela 1 apresenta as características de apoios onde é possível perceber a relação entre o tipo de apoio e as restrições criadas por ele.

Tabela 1: Tipos de apoio e suas reações. Adaptado de Leet (2009).

Tipo de apoio	Símbolo	Incógnitas criadas
1º gênero		

2º gênero		
3º gênero		

Outros apoios como a rótula, o elo e a guia não serão comentados neste estudo visto não serem caracterizados em ligações de pórticos de edificações.

Em pórticos planos, notoriamente percebe-se que o apoio entre uma viga e um pilar é do terceiro gênero. Porém, apesar da ligação proporcionada pelo concreto armado ser monolítica, na prática deve-se admitir que haverá uma pequena liberdade natural de giro entre a viga e o pilar por conta da relação de dimensão entre a viga e o pilar e das cargas solicitantes de projeto. Em pilares mais esbeltos, o momento de reação apresentado no engaste pode ser muito baixo, fazendo com que a viga tenha uma flecha considerável.

O valor da flecha dos pórticos deste estudo é comparado com valores de engastamento ideal e de apoio ideal de forma a permitir dizer qual o percentual de engastamento que a viga terá nos pilares e, com isto, será possível uma análise de quando a estrutura está mais próxima de um engaste ou está mais próxima de um apoio ideal.

### Modelos de análise

Esta pesquisa baseia-se em verificar o comportamento da linha elástica da viga e do coeficiente de engastamento dela com os pilares de apoio dos pórticos. Sendo a linha elástica o fator que exerce influência direta na determinação da flecha da viga e na abertura de fissuras do elemento. O índice de engastamento está mais relacionado com os momentos solicitantes e resistentes e com as dimensões dos pilares.

Outros estudos buscam esta relação entre as dimensões dos elementos de uma estrutura, como o de Delalibera e Giongo (2009) que pesquisaram a respeito da geometria da seção transversal do pilar e da excentricidade da carga transmitida por ele para um bloco de coroamento de duas estacas, onde ficou claro que o aumento

da capacidade resistente dos blocos está relacionado com o aumento da seção transversal da biela junto ao pilar e o aumento da altura do próprio bloco.

Em muitos casos, é impossível alterar as dimensões da viga de forma que este elemento estrutural possa vencer os esforços solicitantes. Estas imposições normalmente são imposições arquitetônicas e tendem a limitar a altura da viga. Basta que se altere as dimensões dos pilares e então pode ser possível reduzir a altura destes elementos, considerando que o momento solicitante dos apoios irá reduzir o momento solicitante no meio do vão do pórtico, o que, inevitavelmente, possibilitará que a altura da viga seja mantida ou reduzida de acordo com o que é necessário para o projeto.

Para analisar a deformação da viga, 9 pórticos foram modelados no programa SAP2000, considerando um concreto C25 ( $E_{cs} = 24\text{GPa}$ ), vigas com 6 metros de vão livre e pilares com 3 metros de altura. Os pórticos foram separados em 9 modelos de análise, mantendo-se as dimensões da viga em 20 cm x 50 cm ( $q = 2,5 \text{ kN/m}$ ) e alterando as dimensões dos pilares conforme tabela abaixo:

Tabela 2: Casos de análise.

Modelo		I	II		III	IV	V	VI	VII	VIII	IX
dimensões pilar	dox (cm)	20	20		20	20	20	30	40	50	60
	y (cm)	20	30		40	50	60	20	20	20	20

O modelo I foi tomado como ponto de partida para os dois casos de análise: o comportamento da viga variando-se as dimensões do eixo y do pilar (caso I) e variando-se as dimensões do eixo x do pilar (caso II). A imagem 1 indica a direção de cada eixo através da vista superior de um pórtico.



Imagem 1: Orientação dos eixos dos pilares.

Por se tratar apenas da elasticidade teórica da viga, não foi necessário dimensionar as estruturas para suportar os esforços solicitantes, logo, não há motivo para calcular o valor das áreas de aço, bem como o detalhamento da seção transversal neste estudo.

Quanto ao índice de engastamento da viga, os resultados dos pórticos acima serão comparados com o de vigas que, em teoria, estariam perfeitamente engastadas e perfeitamente apoiadas. Para demonstrar este engastamento e este apoio perfeito, dois modelos foram executados no programa Ftool com as características demonstradas nas imagens 2 e 3.

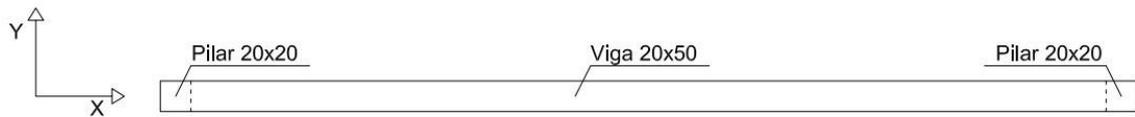


Imagem 2: Modelo de viga biapoiada.

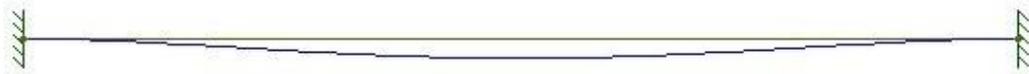


Imagem 3: Modelo de viga biengastada.

Através do software, foi possível obter os dados das tabelas 3 e 4 conforme abaixo:

Tabela 3: Características da viga biapoiada. Tabela 4: Características da viga ideal biengastada.

Viga biapoiada		
Viga (cm)	20	50
Vão (m)	6	
Flecha máxima (cm)	0,08437	
Momento máximo (Knm)	11,3	

Viga biengastada		
Viga (cm)	20	50
Vão (m)	6	
Flecha máxima (cm)	0,01687	
Momento máximo (Knm)	3,8	

### Análise dos resultados

Os pórticos foram executados no programa SAP2000 e foram coletados os dados de flecha máxima, momento no centro do vão e momento nos apoios conforme tabelas 5 e 6 abaixo.

Tabela 5: Características dos pórticos, caso de análise I.

Alterando a dimensão Y do pilar			
Modelo	Flecha máxima (cm)	Momento no centro (Knm)	Momento nos apoios (Knm)
I	0,0703	9,7345	-1,5155
II	0,0653	9,8163	-2,0637
III	0,0612	8,7307	-2,5193
IV	0,0578	8,346	-2,904
V	0,0548	8,0168	-3,2332

Tabela 6: Características dos pórticos, caso de análise II.

Alterando a dimensão X do pilar			
Modelo	Flecha máxima (cm)	Momento no centro (Knm)	Momento nos apoios (Knm)
I	0,0703	9,7345	-1,5155
VI	0,053	7,8212	-3,4288
VII	0,0393	6,2892	-4,9608
VIII	0,0307	5,343	-5,907

IX	0,0258	4,7939	-6,4561
----	--------	--------	---------

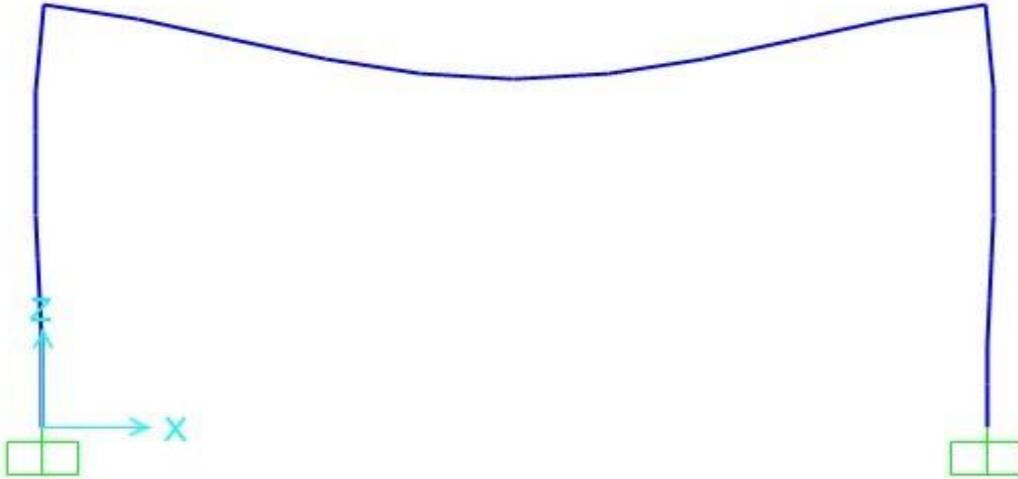


Imagem 3: Pórtico modelado no SAP2000, deformações exageradas.

Através da imagem 3 já é perceptível que a viga perde parte de seu desempenho devido à flambagem dos pilares. Um engastamento perfeito, aquele pelo qual a viga teria as condições da tabela 4, se daria apenas se o pilar não deformasse. Como esta condição é atualmente impossível, parte da deformação da viga vem da deformação do pórtico e parte vem da deformação do elemento em si.

Cada modelo foi comparado ao engastamento perfeito e, então, foi verificado o percentual de engastamento de cada um. A tabela 7 e o gráfico 1 mostram os comparativos.

Tabela 7: Coeficientes de engastamento de cada modelo.

Coeficiente de engastamento									
Modelo	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX
Flecha	0,070	0,065	0,061	0,057	0,054	0,053	0,039	0,030	0,025
	3	3	2	8	8	0	3	7	8
Coeficiente de engastamento	0,17	0,23	0,27	0,31	0,35	0,37	0,53	0,64	0,69

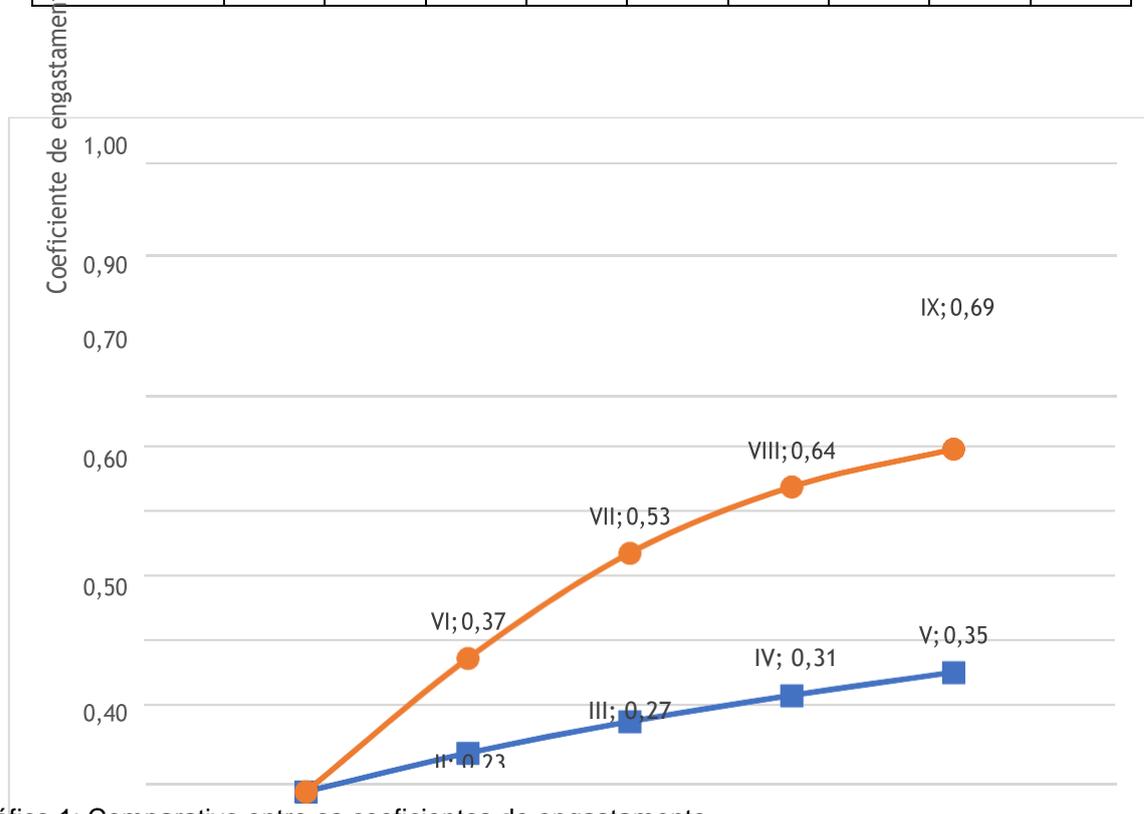


Gráfico 1: Comparativo entre os coeficientes de engastamento.

Nota-se a superioridade em relação ao desempenho da viga quando altera-se a dimensão  $x$  do pilar. Percebe-se também que o desempenho ganho pela alteração das dimensões se assemelha a uma curva de uma função potência, ou seja, tende a um momento ficar linear e não haver mais ganho significativo de desempenho para a viga. A alteração na resistência do concreto poderia elevar os valores da curva acima, como proposto pelo estudo de Alva, et al (2009), onde afirma-se que dentre as variáveis mais importantes que influenciam a resistência dos nós de pórtico, a resistência à compressão do concreto e a armadura transversal dos nós são as mais importantes.

Porém, o aumento na resistência do concreto não alteraria a condição de que a otimização do desempenho de um pórtico, através do aumento da seção transversal do concreto, tem um limite.

Relação parecida com o coeficiente de engastamento pode ser obtida comparando as flechas de cada modelo. Conforme tabelas 5 e 6, é possível traçar curvas para comparar o ganho de desempenho através da redução do valor da flecha, conforme gráfico 2.

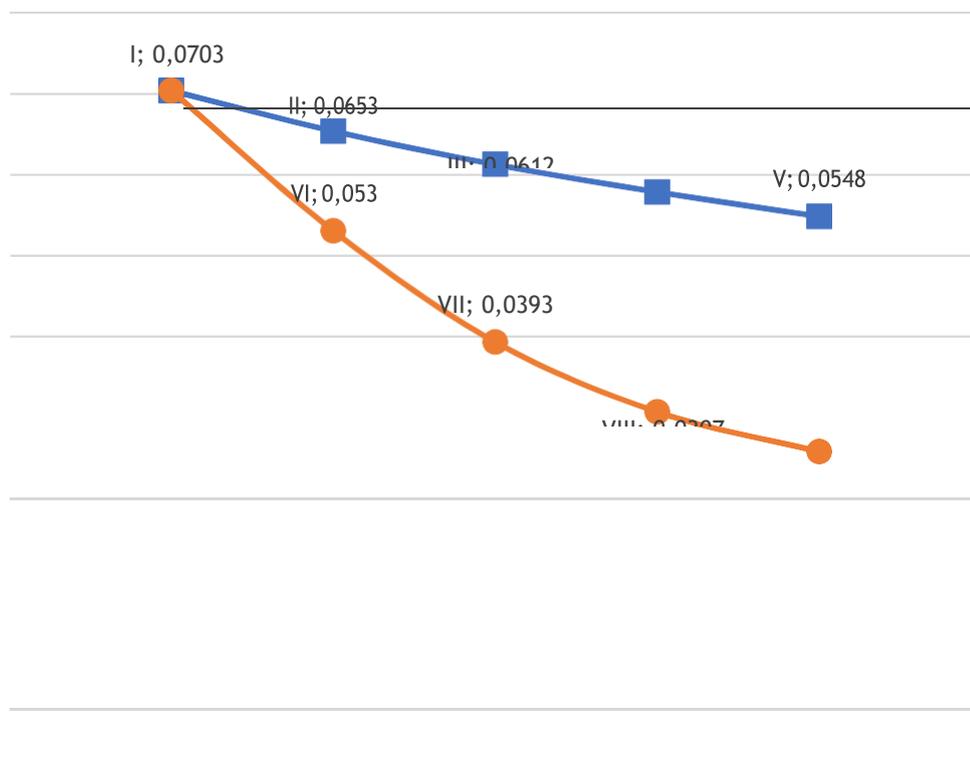


Gráfico 2: Comparativo entre os valores de flecha.

Conforme já previsto anteriormente, o decréscimo no valor da flecha é muito maior quando se altera a dimensão x do pilar.

Outro ponto que merece atenção especial é que o momento fletor solicitante nos apoios se torna maior que o momento fletor solicitante no centro da viga entre os modelos VII e VIII, fato que não ocorre quando se altera a dimensão y do pilar, já que do modelo I ao V o momento solicitante no centro da viga é maior do que o momento solicitante nos apoios, conforme tabelas 5 e 6.

## CONCLUSÕES

As análises dos pórticos mostraram um ganho de desempenho das vigas quando se altera as dimensões dos pilares em ambos os eixos. Mais particularmente, quando é possível alterar a dimensão x do pilar, a diminuição da flecha no vão central e o aumento do momento solicitante dos pilares é quase quatro vezes maior do que quando se altera as dimensões y do pilar.

O procedimento proposto nesta pesquisa demonstrou que é possível obter um ganho de desempenho da viga em situações em que é necessário que a viga seja muito baixa ou que, por implicações arquitetônicas, não seja possível aumentar a altura deste elemento de tal forma que ele resista às ações impostas pelos carregamentos.

Observou-se que o valor final da flecha quando se altera as dimensões no eixo x dos pilares é diminuído em 0,0445cm, 187,10% maior quando comparado à flecha combatida quando se altera o eixo y dos pilares, que é de 0,0155cm. Em termos práticos, é possível assumir que a variação da flecha nos casos de alteração do eixo x ( $\Delta V_x$ ) é 2,87 maior do que nos casos de alteração do eixo y ( $\Delta V_y$ ), ou seja,  $\Delta V_x = 2,87 \times \Delta V_y$ .

Este ganho de desempenho reflete diretamente nos valores da curva elástica da viga, a qual diminuiria mais ainda caso se tratasse de uma viga contínua.

Quanto à variação de momento, seu percentual está intimamente ligado com a variação do valor da flecha, já que o acréscimo de uma unidade de momento solicitante nos pilares, em proporções, acrescenta um determinado valor no combate à flecha. Este dado é observado através do coeficiente de engastamento de cada modelo de análise. Percebe-se que as curvas de coeficiente de engastamento e de variação nos valores de flecha tendem a seguir uma reta horizontal depois de muito se aumentar o valor da

dimensão dos pilares, ou seja, o ganho de desempenho de uma estrutura não é linear e o aumento da dimensão de pilares visando diminuir os esforços solicitantes das vigas podem tornar-se economicamente inviáveis a partir de um ponto que o consumo de concreto seja muito alto e o aumento do momento solicitante nos pilares seja muito baixo.

Outro ponto a ser destacado é a impossibilidade de se alcançar o engastamento perfeito por conta da deformação dos pilares que auxiliam a viga a obter uma deformação. Considerando que a deformação dos pilares tende a reduzir quando se diminui a esbeltez destes elementos, fica implicitamente demonstrado que o aumento da seção transversal dos pilares não somente diminui a deformação da viga diretamente através do aumento de momento solicitante nos apoios, mas também diminui a deformação indiretamente por causar uma deformação menor nos próprios pilares.

É possível em estudos futuros verificar se estes valores de aumento de desempenho da viga se mantêm quando se tratar de vigas contínuas com dois ou mais vãos, que é o caso mais comum para edificações, ou modelar as curvas dos gráficos I ou II e analisar as funções para verificar em qual ponto o ganho de desempenho torna-se irrisório frente ao aumento de seção dos pilares.

## **REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

- ALVA, G. M. S.; FERREIRA, M. A.; EL DEBS, A. L. H. C. **Engastamento Parcial de Ligações Viga-Pilar em Estruturas de Concreto Armado**. Revista IBRACON de estruturas e materiais, v. 2, n. 4, p. 356-379, 2009.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118: Projeto de Estruturas de Concreto – Procedimento**. Rio de Janeiro, 2003.
- BASTOS, P. S. dos S. **Histórico e Principais Elementos Estruturais de Concreto Armado**. Bauru: UNESP, 2006.
- DELALIBERA, R. G.; GIONGO, J. S. **Influência das dimensões da seção transversal do pilar e da excentricidade da força de compressão no comportamento estrutural de blocos sobre duas estacas**. Revista IBRACON de estruturas e materiais, v. 2, n. 4, p. 306- 325, 2009.
- FERREIRA, M. de P.; OLIVEIRA, D. R. C de. **Contribuição ao estudo de lajes lisas unidirecionais de concreto armado com pilares retangulares ao funcionamento**. Revista Escola de Minas, 60(4), p. 621-628, 2007.

HAACH, V. G. **Análise teórico-experimental da influência da força normal entre nós de pórtico externos de concreto armado.** São Carlos, 2005, 159p. Dissertação (Mestrado). Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

LEET, K. M.; UANG, C. M.; GILBERT, A. M. **Fundamentos da análise estrutural.** Minas Gerais: AMG Editora, 2009.

PAIVA, O. S.; FERREIRA, M. P.; OLIVEIRA, D. R.C.; LIMA NETO, A. F.; TEIXEIRA, M. R.

**Influência do índice de retangularidade dos pilares e das condições de contorno na resistência à punção de ligações laje-pilar.** Revista IBRACON de estruturas e materiais, v. 8, n. 3, p. 260-295, 2015.

PUEL, A.; LORIGGIO, D. D. **Análise numérica de lajes planas simétricas e assimétricas em concreto armado – análise integrada laje/pilar.** Revista IBRACON de estruturas e materiais, v. 9, n. 3, p. 306-356, 2016.